Asíntotas:

Asíntotas verticales: las posibles asíntotas verticales son $x=-3$ *y* $x=3$.

$x=-3$

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to -3^+} \dfrac{x^3}{x^2-9} = \dfrac{-}{-} = \infty \\ \lim\limits_{x\to -3^-} \dfrac{x^3}{x^2-9} = \dfrac{-}{+} = -\infty \end{cases}$$

Luego efectivamente $x=-3$ *es asíntota vertical.*

$x=3$

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{x^3}{x^2-9} = \dfrac{+}{+} = \infty \\ \lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{x^3}{x^2-9} = \dfrac{+}{-} = -\infty \end{cases}$$

Luego efectivamente $x=3$ *es asíntota vertical.*

Asíntotas horizontales / Asíntotas oblicuas:

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3}{x^2-9} = \infty$. *Esto implica que no hay asíntota horizontal y como la diferencia de grados es uno, podemos asegurar que sí habrá asíntota oblicua. Procedemos a calcularla:*

$$\begin{array}{r|l} x^3 & x^2-9 \\ \cline{2-2} -x^3+9x & x \\ \hline 9x & \end{array}$$

Así pues, la asíntota oblicua es $y=x$.

b) Recta tangente. *En primer lugar,*

$$y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$$

$$x_0=1$$

$$f(x_0)=\frac{1}{1-9}=-\frac{1}{8}$$

$$f'(x_0)\Rightarrow f'(x)=\frac{x^4-27x^2}{(x^2-9)^2} \underset{Para\,x=1}{\Rightarrow} f'(1)=\frac{1-27}{(1-9)^2}=-\frac{26}{64}=-\frac{13}{32}$$

Luego:

$$y+\frac{1}{8}=-\frac{13}{32}(x-1)$$