



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS  
OFICIALES DE GRADO  
Curso 2012-2013  
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

Calificación total máxima: 10 puntos.

Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

**Ejercicio 1.** Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función:

$$f(x) = \frac{4}{x-4} + \frac{27}{2x+2}$$

se pide:

- (0,75 puntos) Hallar las asíntotas de su gráfica.
- (1,75 puntos) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y calcular sus puntos de inflexión.
- (0,5 puntos) Esbozar la gráfica de la función.

**Ejercicio 2.** Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a & a \\ a & 1 & 1 & a \\ a & a & 1 & 1 \\ a & a & a & 1 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}, \quad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

se pide:

- (1,5 puntos) Calcular el determinante de  $A$ . Determinar el rango de  $A$  según los valores de  $a$ .
- (0,5 puntos) Resolver el sistema homogéneo  $AX = O$  en el caso  $a = 1$ .
- (1 punto) Resolver el sistema homogéneo  $AX = O$  cuando  $a = -1$ .

**Ejercicio 3.** Calificación máxima: 2 puntos.

Dados los puntos  $A(2, -2, 1)$ ,  $B(0, 1, -2)$ ,  $C(-2, 0, -4)$ ,  $D(2, -6, 2)$ , se pide:

- (1 punto) Probar que el cuadrilátero  $ABCD$  es un trapecio (tiene dos lados paralelos) y hallar la distancia entre los dos lados paralelos.
- (1 punto) Hallar el área del triángulo  $ABC$ .

**Ejercicio 4.** Calificación máxima: 2 puntos.

Dados el punto  $P(1, 2, -1)$  y el plano  $\pi \equiv x + 2y - 2z + 2 = 0$ , sea  $S$  la esfera que es tangente al plano  $\pi$  en un punto  $P'$  de modo que el segmento  $PP'$  es uno de sus diámetros. Se pide:

- (1 punto) Hallar el punto de tangencia  $P'$ .
- (1 punto) Hallar la ecuación de  $S$ .