UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
Curso **2017-2018**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

CALIFICACIÓN: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado.
Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.
TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & my & & & = & 1 \\ -2x & - & (m+1)y & + & z & = & -1 \\ x & + & (2m-1)y & + & (m+2)z & = & 2+2m, \end{array}\right.$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutir el sistema en función del parámetro m.
b) (0.5 puntos) Resolver el sistema en el caso $m = 0$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

a) (1.5 puntos) En un experimento en un laboratorio se han realizado 5 medidas del mismo objeto, que han dado los resultados siguientes: $m_1 = 0.92$, $m_2 = 0.94$, $m_3 = 0.89$, $m_4 = 0.90$, $m_5 = 0.91$.

Se tomará como resultado el valor de x tal que la suma de los cuadrados de los errores sea mínima. Es decir, el valor para el que la función $E(x) = (x - m_1)^2 + (x - m_2)^2 + \cdots + (x - m_5)^2$ alcanza el mínimo. Calcule dicho valor x.

b) (1 punto) Aplique el método de integración por partes para calcular la integral $\int_1^2 x^2 \ln(x)dx$, donde ln significa logaritmo neperiano.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dados los planos $\pi_1 \equiv 4x + 6y - 12z + 1 = 0$, $\pi_2 \equiv -2x - 3y + 6z - 5 = 0$, se pide:

a) (1 punto) Calcular el volumen de un cubo que tenga dos de sus caras en dichos planos.
b) (1.5 puntos) Para el cuadrado de vértices consecutivos $ABCD$, con $A(2,1,3)$ y $B(1,2,3)$, calcular los vértices C y D, sabiendo que C pertenece a los planos π_2 y $\pi_3 \equiv x - y + z = 2$.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

El 60% de las ventas en unos grandes almacenes corresponden a artículos con precios rebajados. Los clientes devuelven el 15% de los artículos que compran rebajados, porcentaje que disminuye al 8% si los artículos han sido adquiridos sin rebajas.

a) (1.25 puntos) Determine el porcentaje global de artículos devueltos.
b) (1.25 puntos) ¿Qué porcentaje de artículos devueltos fueron adquiridos con precios rebajados?

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} m & 0 & 2 \\ -2 & 4 & m \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, se pide:

a) (1 punto) Obtener los valores del parámetro m para los que la matriz A admite inversa.
b) (1 punto) Para $m = 0$, calcular $A \cdot B$ y $A^{-1} \cdot B$.
c) (0.5 puntos) Calcular $B \cdot B^t$ y $B^t \cdot B$, donde B^t denota la matriz traspuesta de B.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dada la función $f(x) = \dfrac{|x|}{\sqrt{x^2+9}}$, se pide:

a) (0.5 puntos) Determinar, si existen, las asíntotas horizontales de $f(x)$.
b) (0.75 puntos) Calcular $f'(4)$.
c) (1.25 puntos) Hallar el área del recinto limitado por la la curva $y = f(x)$, el eje OX y las rectas $x = -1$ y $x = 1$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dados el punto $P(1,1,1)$ y las rectas $r \equiv \begin{cases} 2x + y = 2 \\ 5x + z = 6 \end{cases}$, $s \equiv \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{1/3}$, se pide:

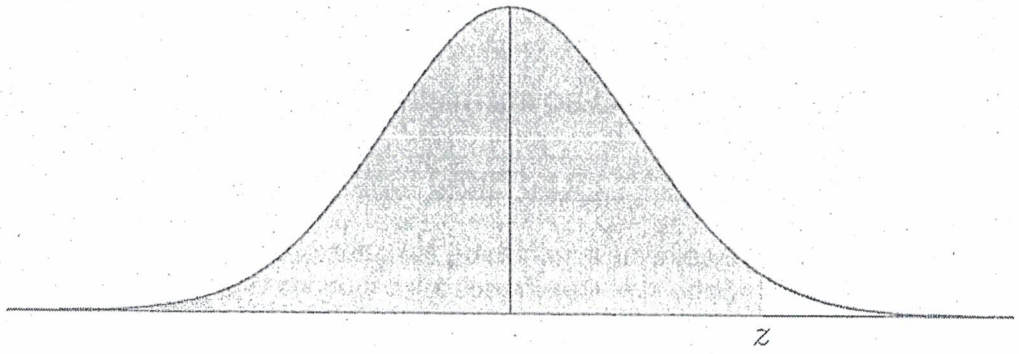
a) (1 punto) Hallar la distancia del punto P a la recta r.
b) (1 punto) Estudiar la posición relativa de las rectas r y s.
c) (0.5 puntos) Hallar el plano perpendicular a la recta s y que pasa por el punto P.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

En una fábrica se elaboran dos tipos de productos: A y B. El 75% de los productos fabricados son de tipo A y e 25% de tipo B. Los productos de tipo B salen defectuosos un 5% de las veces, mientras que los de tipo A saler defectuosos un 2.5% de las veces.

a) (1 punto) Si se fabrican 5000 productos en un mes, ¿cuántos de ellos se espera que sean defectuosos?
b) (1.5 puntos) Un mes, por motivos logísticos, se cambió la producción, de modo que se fabricaron exclu sivamente productos de tipo A. Sabiendo que se fabricaron 6000 unidades, determinar, aproximando l distribución por una normal, la probabilidad de que haya más de 160 unidades defectuosas.

DISTRIBUCIÓN NORMAL



Ejemplo: si Z tiene distribución $N(0,1)$, $P(Z < 0{,}45) = 0{,}6736$.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

DÍAZ BALAGUER
CENTRO DE ESTUDIOS

Nombre y apellidos ..... Grupo .....

MATEMÁTICAS II 2017-2018

1A $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & m & 0 & 1 \\ -2 & -(m+1) & 1 & -1 \\ 1 & 2m-1 & m+2 & 2+2m \end{array}\right)$

a) Discutir en función de los valores de m.

b) Resolver para $m=0$.

a) $|A| = \overbrace{-(m+1)}^{-m-1}(m+2) + m - (2m-1) + 2m(m+2)$

$= -m^2 - \cancel{2m} - \cancel{m} - 2 + \cancel{m} - \cancel{2m} + 1 + 2m^2 + \cancel{4m}$

$= m^2 - 1 \rightsquigarrow m^2 - 1 = 0 \; ; \; (m+1)(m-1) = 0$ → $m+1=0 \rightarrow \underline{m=-1}$; $m-1=0 \rightarrow \underline{m=1}$

- Para $m \neq \pm 1 \rightsquigarrow |A|_{3\times3} \neq 0 \longrightarrow \left.\begin{array}{l} R_A = 3 \\ R_{A^*} = 3 \end{array}\right\}$ Tma Rouche S. Comp. Determ.

- Para $m=1$: $\rightsquigarrow |A|_{3\times3} = 0$ $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 0 = 1 \neq 0$ $\underline{R_A = 2}$

$|A^*|_{3\times3} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 0 \; ; \; |A^*|_{3\times3} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 4 - 6 - 1 + 3 = 0$

$R_A = 2 = R_{A^*}$ Tma Rouche S. Comp. Indet.

- Para $m=-1 \rightsquigarrow |A|_{3\times3} = 0$ $\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1 \neq 0$ $R_A = 2$

$|A^*|_{3\times3} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 3 - 1 = 2 \neq 0$ $R_{A^*} = 3$

Tma Rouche S. Incomp.

b) CASO $m=0$: como es $\neq \pm 1$ estoy en S. Comp Det.

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \end{array}\right)$

$|A| = -1$

$x = \dfrac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}}{-1} = \dfrac{-2+1}{-1} = 1$

$y = \dfrac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}}{-1} = \dfrac{-2+1-2+4}{-1} = -1$

$z = \dfrac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}}{-1} = \dfrac{-2+2+1-1}{-1} = 0$

$\boxed{\text{SOL: } (1, -1, 0)}$

(2A) a) $m_1 = 0'92$, $m_2 = 0'94$, $m_3 = 0'89$, $m_4 = 0'90$, $m_5 = 0'91$

$E(x) = (x-m_1)^2 + (x-m_2)^2 + \dots + (x-m_5)^2 \rightsquigarrow$ calcular min y el valor de x del min.

$$E(x) = (x-0'92)^2 + (x-0'94)^2 + (x-0'89)^2 + (x-0'90)^2 + (x-0'91)^2$$

$$E'(x) = 2(x-0'92) + 2(x-0'94) + 2(x-0'89) + 2(x-0'90) + 2(x-0'91)$$

$$E'(x) = \widehat{2x} - 1'84 + \widehat{2x} - 1'88 + \widehat{2x} - 1'78 + \widehat{2x} - 1'8 + \widehat{2x} - 1'82$$

$$E'(x) = 10x - 9'12$$

$E'(x) = 0 \longrightarrow 10x = 9'12$, $\underline{x = 0'912}$ candidato a mín

$$E''(x) = 10$$

$E''(0'912) = 10 \longrightarrow$ MIN en $(0'912, f(0'912))$

$$\underbrace{64.10^{-6} + 784.10^{-6} + 484.10^{-6} + 144.10^{-6} + 4.10^{-6}}_{0'00148}$$

$1'48.10^{-3}$

Luego $E_{min} = 1'48.10^{-3}$

x del min $0'912$

b) Integral x partes $\int_1^2 x^2 \ln|x|\, dx$

$$\left.\begin{array}{l} u = \ln x \longrightarrow du = \frac{1}{x}\,dx \\ \int dv = \int x^2\,dx \longrightarrow v = \frac{x^3}{3} \end{array}\right\}$$

$$\int x^2 \ln x\, dx = \ln x \cdot \frac{x^3}{3} - \int \frac{x^3}{3}\,\frac{1}{x}\,dx =$$

$$= \frac{x^3}{3} \cdot \ln x - \int \frac{1}{3}\, x^2\, dx =$$

$$= \frac{x^3}{3} \cdot \ln x - \frac{1}{3} \cdot \frac{x^3}{3} = \frac{x^3 \cdot \ln x}{3} - \frac{x^3}{9}$$

$$\left.\frac{x^3 \cdot \ln x}{3} - \frac{x^3}{9}\right|_1^2 = \frac{8 \cdot \ln 2}{3} - \frac{8}{9} - \left(\frac{1 \cdot \cancel{\ln 1}^{\,0}}{3} - \frac{1}{9}\right) =$$

$$= \frac{8 \ln 2}{3} - \frac{8}{9} + \frac{1}{9} = \frac{8 \ln 2}{3} - \frac{7}{9} = \frac{24 \ln 2 - 7}{9} = 1'07\, u^2$$

DÍAZ BALAGUER
CENTRO DE ESTUDIOS

Nombre y apellidos ..... Grupo .....

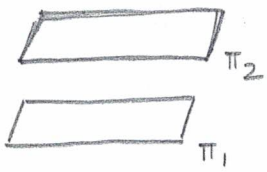
(3A) $\pi_1: 4x+6y-12z+1=0$

$\pi_2: -2x-3y+6z-5=0$

a) Volumen del cubo q tenga 2 de sus caras en dichos planos

b) Para el cuadrado de vértices consecutivos ABCD, con A(2,1,3) y B(1,2,3) calcular los vértices C y D, sabiendo q C pertenece a los planos π_2 y $\pi_3 \equiv x-y+z=2$.

a)



$\frac{4}{-2} = \frac{6}{-3} = \frac{-12}{6} \neq \frac{1}{-5} \rightsquigarrow$ los planos son paralelos.

Para obtener el lado del cubo $\rightarrow$ calcular dist entre π_1, $\pi_2 \rightsquigarrow$

dist P_1 a π_2:

Pto de $\pi_1 \rightsquigarrow \left.\begin{matrix} x=0 \\ y=0 \end{matrix}\right\} \rightarrow -12z+1=0$ $\quad P(0,0,1/12)$

$z = \frac{-1}{-12} = 1/12$

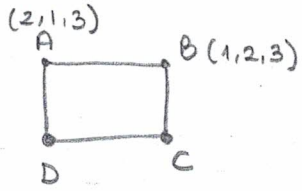
d (P_1, π_2)

$\left.\begin{matrix} \pi_2: -2x-3y+6z-5=0 \\ P_1: (0,0,1/12) \end{matrix}\right\}$ $d = \frac{\left|\frac{6}{12}-5\right|}{\sqrt{4+9+36}} = \frac{\left|\frac{-9}{2}\right|}{7} = \frac{9}{14}\,u$

$\parallel$
lcubo.

Vol cubo $= l^3 = \left(\frac{9}{14}\right)^3 = \boxed{0'26\,u^3}$

b)



C pertenece a los planos $\left\{\begin{matrix} \pi_2: -2x-3y+6z-5=0 \\ \pi_3: x-y+z-2=0 \end{matrix}\right.$

Si C pertenece a π_2 y $\pi_3 \rightsquigarrow$ pertenece a la recta formada por los 2 planos.

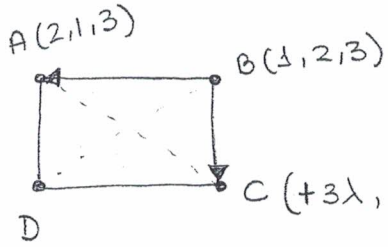
CALCULAR RECTA:

$r \rightsquigarrow \bar{V}_{dr} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ -2 & -3 & 6 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -3\bar{i} + 6\bar{j} + 2\bar{k} + 3\bar{k} + 6\bar{i} + 2\bar{j} \rightsquigarrow \bar{V}_{dr}(3,8,5)$

Pto r: $x=0$ $\quad \left.\begin{matrix} -3y+6z-5=0 \\ -y+z-2=0 \end{matrix}\right\} \times(-6)$ $\quad \begin{matrix} -3y+\cancel{6z}-5=0 \\ +6y-\cancel{6z}+12=0 \\ \hline 3y \quad +7=0 \end{matrix}$; $y=-7/3$

$+7/3+z-2=0$; $z=-1/3$

$P_r\left(0, \frac{-7}{3}, \frac{-1}{3}\right)$



$C\left(+3\lambda, -\frac{7}{3}+8\lambda, -\frac{1}{3}+5\lambda\right) \rightsquigarrow$ Pto genérico de la recta formada x π_2 y π_3

$\overline{BA}$ y $\overline{BC} \rightsquigarrow \alpha = 90 \rightsquigarrow \underline{\overline{BA} \cdot \overline{BC} = 0}$ PRODUCTO ESCALAR CERO.

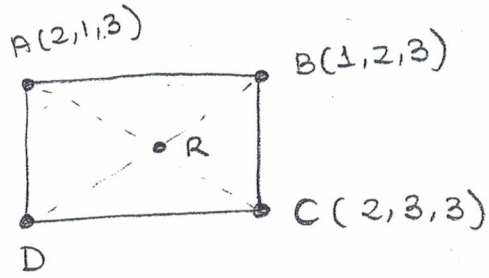
$\overline{BA} = (1, -1, 0)$

$\overline{BC} = \left(3\lambda - 1, -\frac{7}{3} + 8\lambda - 2, -\frac{1}{3} + 5\lambda - 3\right) = \left(3\lambda - 1, -\frac{13}{3} + 8\lambda, -\frac{10}{3} + 5\lambda\right)$

$\overline{BA} \cdot \overline{BC} = 0 \rightsquigarrow -3\lambda - 1 + \frac{13}{3} - 8\lambda = 0$

$\cancel{-}5\lambda = \cancel{-}\frac{10}{3}$; $\lambda = \frac{10}{5 \cdot 3} = \frac{2 \cdot \cancel{5}}{3 \cdot \cancel{5}} \longrightarrow \boxed{\lambda = 2/3}$

Por lo que $C = (2, 3, 3)$



(x_D, y_D, z_D)

$D(3, 2, 3)$

$P_{MEDIO}\ AC = R \rightsquigarrow (2, 2, 3)$

$\frac{1 + x_D}{2} = 2 \longrightarrow x_D = 3$

$\frac{2 + y_D}{2} = 2 \longrightarrow y_D = 2$

$\frac{3 + z_D}{2} = 3 \longrightarrow z_D = 3$

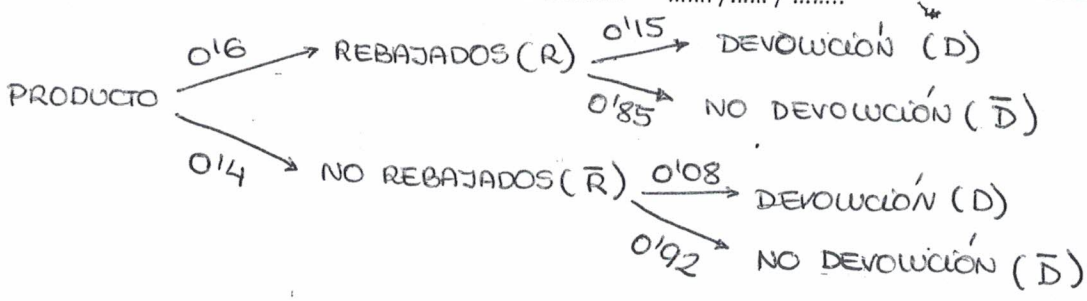
DÍAZ BALAGUER
CENTRO DE ESTUDIOS

Nombre y apellidos ..... Evaluación .....

Grupo ..... Asignatura ..... Fecha ...../...../.....

CALIFICACIÓN

4A



a) % de artículos devueltos

$$P(D) = P(R) \cdot P(D/R) + P(\bar{R}) \cdot P(D/\bar{R}) =$$

$$0'6 \cdot 0'15 + 0'4 \cdot 0'08 = \underline{0'122}$$

$$\boxed{12'2\%}$$

b) % de artículos devueltos fueron comprados con precio rebajado.

$$P(R/D) = \frac{P(R \cap D)}{P(D)} = \frac{0'6 \cdot 0'15}{0'122} = 0'74$$

$$\boxed{74\%}$$

DÍAZ BALAGUER
CENTRO DE ESTUDIOS

Nombre y apellidos ..... Grupo .....

(1B) $A = \begin{pmatrix} m & 0 & 2 \\ -2 & 4 & m \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

a) Calcular los valores de m para los que A tiene inversa.

$|A| = -4m - 4 - m^2$. Para que A sea invertible $|A| \neq 0$

$-m^2 - 4m - 4 = 0$; $m^2 + 4m + 4 = 0$; $m = \dfrac{-4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = -2$

A será invertible para $\boxed{m \neq -2}$

b) Para m=0 calcular $A \cdot B$ y $A^{-1} \cdot B$

$$\underset{\substack{A \\ 3\times 3}}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}} \cdot \underset{\substack{B \\ 3\times 1}}{\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} = \boxed{\underset{C}{\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}}}$$

CALCULAR A^{-1}

$|A| = -4m - 4 - m^2 \underset{m=0}{=} -4$

$A^t = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

$Adj^t = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$

$Adj^t = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -8 \\ -2 & 0 & -4 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$\underset{A^{-1}}{\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 2 \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}} \cdot \underset{B}{\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} = \boxed{\underset{C}{\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}}}$$

c) Calcular $B \cdot B^t$ y $B^t \cdot B$

$$\underset{\substack{B \\ 3\times 1}}{\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} \cdot \underset{\substack{B^t \\ 1\times 3}}{(-2 \quad 0 \quad 0)} = \underset{3\times 3}{\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}$$

$$\underset{\substack{B^t \\ 1\times 3}}{(-2 \quad 0 \quad 0)} \cdot \underset{\substack{B \\ 3\times 1}}{\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} = \boxed{4}$$

DÍAZ BALAGUER
CENTRO DE ESTUDIOS

Nombre y apellidos ..... Grupo .....

(2B) $f(x) = \dfrac{|x|}{\sqrt{x^2+9}}$

a) Si existen, calcular AH.

b) $f'(4)$

c) Área $y = f(x)$, eje OX y rectas $x=-1$ y $x=1$.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{-x}{\sqrt{x^2+9}} & x<0 \\[2ex] \dfrac{x}{\sqrt{x^2+9}} & x \geq 0 \end{cases}$$

a) AH:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+9}} = 1$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{-x}{\sqrt{x^2+9}} = 1$$

$$\boxed{y=1}$$

b) $f'(4) \rightsquigarrow f'(x_0^+) = \dfrac{\sqrt{x^2+9} - x\cdot\left(\frac{1}{2\sqrt{x^2+9}}\right)\cdot 2x}{\left(\sqrt{x^2+9}\right)^2} =$

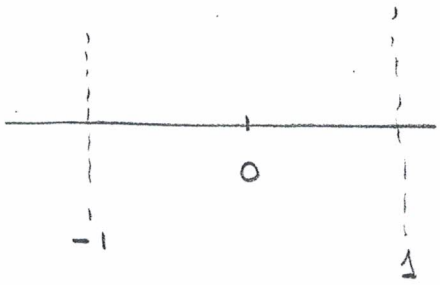
$$= \frac{\sqrt{x^2+9} - \frac{\cancel{2}x^2}{\cancel{2}\sqrt{x^2+9}}}{x^2+9} = \frac{\sqrt{x^2+9} - \frac{x^2}{\sqrt{x^2+9}}}{x^2+9} =$$

$$= \frac{\frac{x^2+9-x^2}{\sqrt{x^2+9}}}{x^2+9} = \frac{\frac{9}{\sqrt{x^2+9}}}{\frac{x^2+9}{1}} = \frac{9}{(x^2+9)\cdot\sqrt{x^2+9}}$$

$$f'(4) = \frac{9}{25\cdot 5} = \boxed{\frac{9}{125}}$$

c) limites $x=-1$, $x=1$

$$f(x) = \frac{|x|}{\sqrt{x^2+9}} \begin{cases} \dfrac{-x}{\sqrt{x^2+9}} & x<0 \\[2ex] \dfrac{x}{\sqrt{x^2+9}} & x>0 \end{cases}$$



$$\int_{-1}^{0} \frac{-x}{\sqrt{x^2+9}}\,dx = \int_{-1}^{0} \frac{-\cancel{x}}{\sqrt{t}} \cdot \frac{dt}{2\cancel{x}} = -\frac{1}{2}\int_{-1}^{0} t^{-1/2}\,dt$$

$x^2+9=t$

$2x\,dx = dt \rightarrow dx = \dfrac{dt}{2x}$

$$-\frac{1}{\cancel{2}}\,\frac{t^{1/2}}{1/\cancel{2}} = -t^{1/2}\Big|_{-1}^{0} = -\sqrt{t}\Big|_{-1}^{0}$$

$$= -\sqrt{x^2+9}\Big)_{-1}^{0} =$$

$$= -3-(-\sqrt{10}) = -3+\sqrt{10} = \underline{0'16\ u^2}$$

$$\int_{0}^{1} \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}\,dx = \dots = +\sqrt{x^2+9}\Big|_{0}^{1} = \sqrt{10}-3 = \underline{0'16\ u^2}$$

$$A_{TOT} = 0'16 + 0'16 = \boxed{0'32\ u^2}$$

(3B) $P(1,1,1)$ $\quad r: \begin{cases} 2x+y=2 \\ 5x+z=6 \end{cases}$ $\quad s: \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{1/3}$

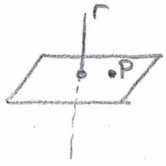
a) Distancia del pto P a r

- Pasamos r a paramétricas:

$$\bar{V}_{d_r} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 2 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \bar{i} - 5\bar{k} - 2\bar{j} \longrightarrow \bar{V}_{d_r}(1,-2,-5)$$

$x=0 \longrightarrow \begin{cases} y=2 \\ z=6 \end{cases}$ $\quad P_r = (0,2,6)$ $\quad r: \begin{cases} x=\lambda \\ y=2-2\lambda \\ z=6-5\lambda \end{cases}$

- CALCULAMOS UN PLANO π:



π contiene al pto P y es $\perp$ a r

$\bar{n}_\pi = \bar{V}_{d_r} = (1,-2,-5)$
$P_\pi = P = (1,1,1)$

$1-2-5+D=0$
$D=6$

$\pi: x-2y-5z+6=0$

- CALCULAMOS PC entre r y π:

$$\lambda - 2(2-2\lambda) - 5(6-5\lambda) + 6 = 0$$
$$\lambda - 4 + 4\lambda - 30 + 25\lambda + 6 = 0$$

$30\lambda - 28 = 0 \rightsquigarrow \lambda = \dfrac{14}{15} \rightsquigarrow$ sustituimos λ en r y obtenemos PC

$$PC\left(\frac{14}{15}, \frac{2}{15}, \frac{4}{3}\right)$$

- Distancia PrP: $d = \sqrt{\left(1-\frac{14}{15}\right)^2 + \left(1-\frac{2}{15}\right)^2 + \left(1-\frac{4}{3}\right)^2} =$

$$= \frac{\sqrt{195}}{15} = \boxed{0'931\,u}$$

b) Posición relativa de r y s $\quad P_r(0,2,6) \quad P_s(2,-1,1) \quad \overline{V}_{d_s} = (-1, 1, 1/3)$

$$r: \begin{cases} x = \lambda \\ y = 2 - 2\lambda \\ z = 6 - 5\lambda \end{cases} \qquad s: \begin{cases} x = 2 - \beta \\ y = -1 + \beta \\ z = 1 + \frac{1}{3}\beta \end{cases}$$

$$\frac{\overline{V}_{d_r}}{\overline{V}_{d_s}} \rightarrow \frac{1}{-1} \neq \frac{-2}{1} \neq \frac{-5}{1/3}$$

No son proporcionales luego r y s se cortan o se cruzan.

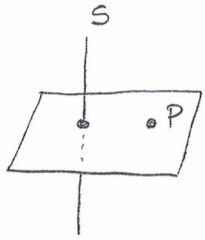
$$\overline{w} = \overline{P_r P_s} = (2, -3, -5)$$

$$\begin{array}{c} \overline{V}_{d_r} \\ \overline{V}_{d_s} \\ \overline{w} \end{array} \begin{vmatrix} 1 & -2 & -5 \\ -1 & 1 & 1/3 \\ 2 & -3 & -5 \end{vmatrix} = -5 - \frac{4}{3} - 15 + 10 + 1 + 10 = -\frac{1}{3} \neq 0$$

luego hay volumen $\Rightarrow$ SE CRUZAN

c) calcula π $\rightarrow \perp s$

$\rightarrow$ pasa por $P(1,1,1)$



$\overline{n}_\pi = \overline{V}_{d_s}$

$P_\pi = P$

$\overline{n}_\pi = (-1, 1, 1/3)$

$P_\pi = (1,1,1)$

$$-\cancel{1} + \cancel{1} + \frac{1}{3} + D = 0$$

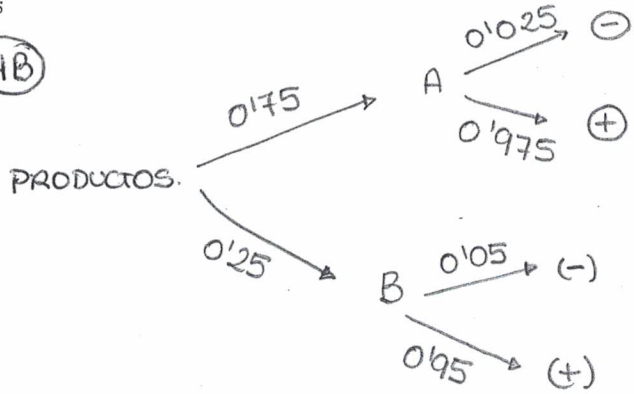
$$D = -\frac{1}{3}$$

$$\rightarrow \underline{-x + y + \frac{1}{3}z - \frac{1}{3} = 0}$$

DÍAZ BALAGUER
CENTRO DE ESTUDIOS

Nombre y apellidos ..... Grupo .....

4B



− Defectuoso

+ No defectuoso

a) Fabrican 5000 productos

$$P(-) = P(A) \cdot P(-/A) + P(B) \cdot P(-/B) =$$

$$= 0'75 \cdot 0'025 + 0'25 \cdot 0'05$$

$$= \boxed{0'031}$$

luego $5000 \cdot 0'031 = 156'25$ tornillos defectuosos

Redondeando 157 tornillos defectuosos
(x exceso)

b) 6000 unidades tipo A $= n$

EXITO $\longrightarrow$ $p = 0'025$

FRACASO $\longrightarrow$ $q = 1 - p = 1 - 0'025 = 0'975$

Considero exito el ser defectuoso xq preguntan x ser defectuoso.

Binomial $B(n, p) = B(6000, 0'025)$

Transformamos a Normal $N(np, \sqrt{npq}) = (\underset{\mu}{150}, \underset{\sigma}{12'09})$

$$P(X > 160) = P\left(Z > \frac{160 - 150}{12'09}\right) = P(Z > 0'83) = 1 - P(Z \leq 0'83) =$$

$$= 1 - 0'7967 = \boxed{0'2033}$$