

OPCIÓN B

Pregunta 1.- El *Amazonas 5* es un satélite geoestacionario de comunicaciones de 5900 kg puesto en órbita en septiembre de 2017. Determine:

- La altura sobre el ecuador terrestre del satélite y su velocidad orbital.
- La fuerza centrípeta necesaria para que describa la órbita y la energía total del satélite en dicha órbita.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Masa de la Tierra, $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; Radio de la Tierra, $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$.

Pregunta 2.- Una onda armónica transversal de frecuencia $f = 0,25 \text{ Hz}$ y longitud de onda $\lambda = 2 \text{ m}$ se propaga en el sentido positivo del eje x . Sabiendo que el punto situado en $x = 0,5 \text{ m}$ tiene, en el instante $t = 2 \text{ s}$, elongación nula y velocidad de oscilación negativa, y en el instante $t = 3 \text{ s}$, elongación $y = -0,2 \text{ m}$, determine:

- La expresión matemática que representa dicha onda.
- La velocidad máxima de oscilación de cualquier punto alcanzado por la onda y la diferencia de fase, en un mismo instante, entre dos puntos situados en el eje x que distan entre sí $0,75 \text{ m}$.

Pregunta 3.- Dos cargas puntuales, con valores $q_1 = -4 \text{ nC}$ y $q_2 = +2 \text{ nC}$ respectivamente, están situadas en los puntos $P_1(-5, 0)$, y $P_2(3, 0)$ (coordenadas en centímetros).

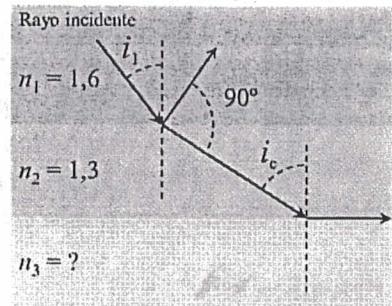
Determine:

- El campo eléctrico y el potencial eléctrico en el origen de coordenadas.
- En qué punto situado en el segmento que une las dos cargas el potencial eléctrico se anula

Dato: Constante de la Ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

Pregunta 4.- Un rayo de luz se propaga según muestra el esquema de la figura. Primero incide con un ángulo i_1 desde un medio de índice de refracción $n_1 = 1,6$ sobre un medio de índice de refracción $n_2 = 1,3$ de manera que el rayo reflejado y el rayo refractado forman entre sí un ángulo de 90° . El rayo refractado incide con el ángulo crítico i_c sobre otro medio de índice de refracción n_3 desconocido. Determine:

- Los ángulos de incidencia i_1 e i_c .
- El índice de refracción n_3 .



Pregunta 5.- Se dispone de una muestra de 10 mg de ^{238}Pu cuyo período de semidesintegración es de $87,7 \text{ años}$ y su masa atómica es 238 u . Calcule:

- El tiempo necesario para que la muestra se reduzca a 2 mg .
- Los valores de la actividad inicial y final.

Dato: Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

(B1) Satélite geoestacionario ($T = 1$ día) $24\text{h} \cdot 3600\text{s} = 8'64 \cdot 10^4\text{s}$

$$m_{\text{sat}} = 5900\text{ Kg}$$

a) $h = ? / V_{\text{orb}} = ? // b) F_c = ? / E_{\text{TOT}}$ del satélite en la órbita

DATOS: $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$; $M_T = 5'97 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$; $R_T = 6'37 \cdot 10^6 \text{ m}$

$$\text{a) } T = \frac{2\pi r}{V} \rightarrow T = \frac{2\pi r}{\sqrt{G \cdot M}}; T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{G \cdot M}; T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot M}$$

$$\boxed{F_g = F_c}$$

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{V^2}{r}$$

$$V_{\text{orb}} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{(8'64 \cdot 10^4)^2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'97 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}}$$

$$r = 4'22 \cdot 10^7 \text{ m} \rightarrow r = R_T + h \rightarrow h = r - R_T = 4'22 \cdot 10^7 - 6'37 \cdot 10^6$$

$$h = 3'59 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$V_{\text{orb}} = \sqrt{\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'97 \cdot 10^{24}}{4'22 \cdot 10^7}} = 3071'81 \text{ m/s}$$

$$\text{b) } F_c = m \cdot \frac{V^2}{r} = 5900 \cdot \frac{(3071'81)^2}{4'22 \cdot 10^7} = 1319'25 \text{ N}$$

$$E_{\text{TOT sat}} = E_C + E_P = \frac{1}{2} m \cdot \frac{G \cdot M}{r} - G \cdot \frac{M \cdot m}{r} = -\frac{1}{2} \frac{G \cdot M \cdot m}{r}$$

$$E_{\text{TOT}} = -\frac{1}{2} \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5'97 \cdot 10^{24} \cdot 5900}{4'22 \cdot 10^7} = -2'78 \cdot 10^{10}$$

(B3) $q_1 = -4 \text{ nC}$ $P_1(-5, 0)$ coords en cm.

$q_2 = 2 \text{ nC}$ $P_2(3, 0)$

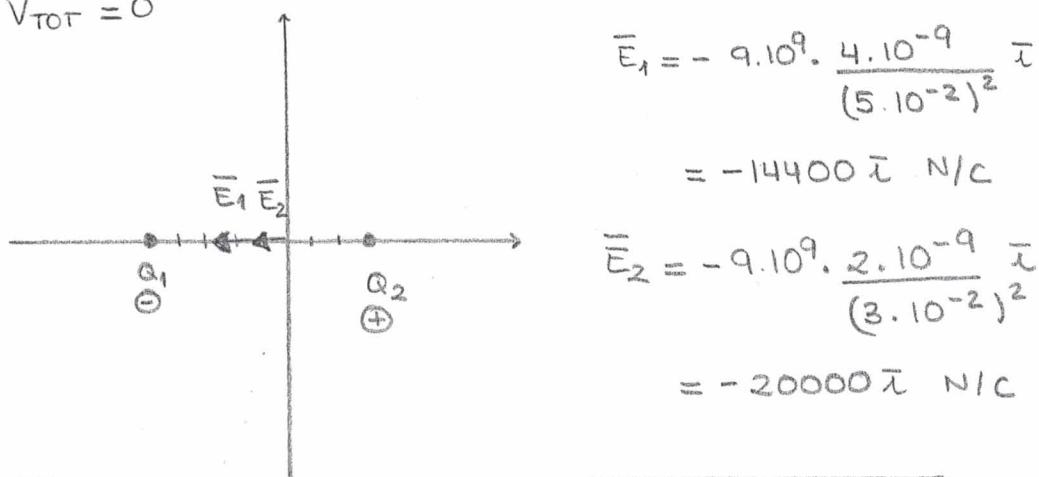
DATO: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

a) \vec{E} y V en $P_3(0, 0)$

b) En que punto situado en el segmento que une las dos cargas

$V_{TOT} = 0$

a)



$\vec{E}_{TOT} = -34400 \vec{x} \text{ N/C}$

$|\vec{E}_{TOT}| = 34400 \text{ N/C}$

$$V_{TOT} = V_1 + V_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-4 \cdot 10^{-9}}{5 \cdot 10^{-2}} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 10^{-2}} = [-120 \text{ V}]$$

b) $V_{TOT} = 0 \rightarrow V_1 + V_2 = 0 ; K \cdot \frac{Q_1}{d_1} + K \cdot \frac{Q_2}{d_2} = 0$

$$K \left(\frac{Q_1}{d_1} + \frac{Q_2}{d_2} \right) = 0 \rightarrow -\frac{4 \cdot 10^{-9}}{x} + \frac{2 \cdot 10^{-9}}{8 \cdot 10^{-2} - x} = 0$$

$$\frac{-4 \cdot 10^{-9}(8 \cdot 10^{-2} - x) + 2 \cdot 10^{-9}x}{x(8 \cdot 10^{-2} - x)} = 0 ; -312 \cdot 10^{-10} + 4 \cdot 10^{-9}x + 2 \cdot 10^{-9}x = 0$$

$$6 \cdot 10^{-9}x = 312 \cdot 10^{-10} \rightarrow x = 0'053 \text{ m} \quad d_1 //$$

$0'026 \text{ m} = d_2$

(B2) $\omega = 0.25 \text{ Hz}$

$\lambda = 2 \text{ m}$

sentido $\oplus \rightarrow$ ec \ominus

$$\begin{cases} x = 0.5 \text{ m} \\ t = 2 \text{ s} \\ y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0.5 \text{ m} \\ t = 3 \text{ s} \\ y = -0.2 \text{ m} \end{cases}$$

$\omega = 2\pi\omega = 2\pi \cdot 0.25 = 0.5\pi \text{ rad/s}$

$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ m}^{-1}$

$$\begin{cases} x = 0.5 \\ t = 2 \\ y = 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} o &= A \cdot \sin(0.5\pi \cdot 2 - \pi \cdot 0.5 + \varphi_0) \\ o &= A \cdot \sin(\frac{1}{2}\pi + \varphi_0) \end{aligned}$$

$\sin(\frac{1}{2}\pi + \varphi_0) = 0 \rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \text{ rad} \Rightarrow \frac{1}{2}\pi + \varphi_0 = 0 \\ \alpha = 180^\circ = \pi \text{ rad.} \end{cases}$

$\varphi_0 = -\frac{1}{2}\pi \text{ rad}$

$v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t - Kx + \varphi_0)$

Para que $v \ominus \rightarrow \cos \alpha \oplus$

$\frac{1}{2}\pi + \varphi_0 = \pi$

$\varphi_0 = \frac{1}{2}\pi$

~~$\cos(\frac{1}{2}\pi + \varphi_0) \rightarrow \cos 0 = 1 \oplus \text{ NO}$~~

$\cos(\frac{1}{2}\pi + \varphi_0) \xrightarrow{\varphi_0 = \frac{1}{2}\pi} \cos \pi = -1 \text{ SI} \rightarrow \varphi_0 = \frac{1}{2}\pi$

$$\begin{cases} x = 0.5 \text{ m} \\ t = 3 \text{ s} \\ y = -0.2 \text{ m} \end{cases}$$

$-0.2 = A \cdot \sin(\frac{1}{2}\pi \cdot 3 - \pi \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\pi)$

$A = \frac{-0.2}{\sin(\frac{3\pi}{2})} = +0.2 \text{ m}$

$$y = 0.2 \cdot \sin\left(\frac{1}{2}\pi t - \pi x + \frac{1}{2}\pi\right) \text{ m}$$

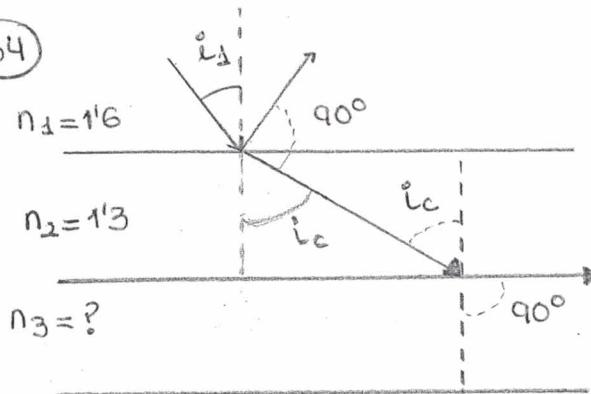
$$b) V_{osc} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

será máxima cuando $\cos \alpha = \pm 1 \rightarrow |V_{max}| = A \cdot \omega$

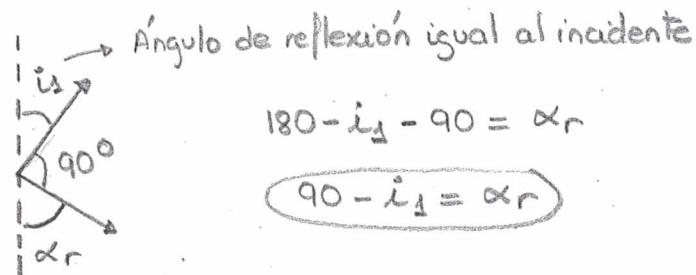
$$|V_{max}| = 0'2 \cdot \frac{1}{2}\pi = 0'314 \text{ m/s}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\varphi \\ t_1 = t_2 \\ \Delta x = 0'75 \text{ m} \end{array} \right\} \Delta\varphi = (\omega t - kx + \varphi_0)_2 - (\omega t - kx + \varphi_0)_1 = \\ = k \cdot \Delta x = \pi \cdot 0'75 = 0'75\pi \text{ rad}$$

(B4)



- a) $i_1 = ? \quad i_c = ?$
 b) $n_3 = ?$



MEDIO 1 - MEDIO 2: Ley Snell: $1.6 \cdot \sin i_1 = 1.3 \cdot \sin(90^\circ - i_1)$



$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha \Rightarrow 1.6 \cdot \sin i_1 = 1.3 \cdot \cos i_1$$

$$\tan i_1 = 1.3 / 1.6$$

$$i_1 = 39'094^\circ$$

$$i_c = \alpha_r = 90^\circ - 39'094^\circ = 50'906^\circ = i_c$$

MEDIO 2 - MEDIO 3: Ley Snell: $1.3 \cdot \sin 50'906^\circ = n_3 \cdot \frac{\sin 90^\circ}{1}$

$$n_3 = 1.009$$

i_c es el ángulo crítico o límite, es el ángulo de incidencia que provoca un ángulo de refracción de 90° , para ángulos de incidencia mayores sólo se produce reflexión.

B5) $m = 10 \text{ mg} \quad {}^{238}\text{Pu}$

$T_{1/2} = 87'7 \text{ años}$

masa atómica 238u

DATO: $N_A = 6'02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

a) $m = m_0 \cdot e^{-\lambda t}$

$$\left. \begin{array}{l} m = \frac{m_0}{2} \\ t = T_{1/2} \end{array} \right\} \frac{m_0}{2} = m_0 \cdot e^{-\lambda T_{1/2}}$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda T_{1/2} \cdot \ln e$$

$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{87'7} = 0'008 \text{ años}^{-1}$

$m = m_0 \cdot e^{-\lambda t}$

$2 = 10 \cdot e^{-0'008 \cdot t}; \quad \ln \left(\frac{2}{10} \right) = -0'008 \cdot t \cdot \ln e$

$t = 201'18 \text{ años}$

b) $A = \lambda \cdot N$

$m_0 = 10 \text{ mg} = 10^{-2} \text{ g} \quad 10^{-2} \text{ g} \cdot \underbrace{\frac{1}{238 \text{ u}}}_{\text{moles}} \cdot 6'02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = \underbrace{2'53 \cdot 10^{19} \text{ n\'ucleos}}_{N_0}$

$\lambda = 0'008 \text{ a\'ños}^{-1} \cdot \frac{1}{365} \cdot \frac{1}{24} \cdot \frac{1}{3600} = 2'54 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$

$A_0 = \lambda \cdot N_0 = 2'54 \cdot 10^{-10} \cdot 2'53 \cdot 10^{19} = 6'42 \cdot 10^9 \text{ Bq}$

$m_f = 2 \text{ mg} = 2 \cdot 10^{-3} \quad 2 \cdot 10^{-3} \cdot \underbrace{\frac{1}{238}}_{N_f} \cdot 6'02 \cdot 10^{23} = \underbrace{5'06 \cdot 10^{18} \text{ n\'ucleos}}_{N_f}$

$A_f = \lambda \cdot N_f = 2'54 \cdot 10^{-10} \cdot 5'06 \cdot 10^{18} = 1'28 \cdot 10^9 \text{ Bq}$

a) $t = ?$ para que la muestra se reduzca a 2mg

b) valores de la actividad inicial y final.