UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
Curso **2020-2021**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente **cuatro** preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen.

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Cada pregunta se calificará sobre 2.5 puntos.

A.1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Tres hermanos quieren repartirse de forma equitativa un total de 540 acciones valoradas en 1560 euros, que corresponden a tres empresas A,B y C. Sabiendo que el valor actual en bolsa de la acción A es el triple que el de B y la mitad que el de C, que el número de acciones de C es la mitad que el de B y que el actual valor en bolsa de la acción B es 1 euro, encuentre el número de cada tipo de acción que le corresponde a cada hermano.

A.2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Calcule el área de la región delimitada por las gráficas de las funciones

$$f(x) = 2 + x - x^2, \quad g(x) = 2x^2 - 4x.$$

A.3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Sean la recta $r \equiv \begin{cases} -x - y + z = 0 \\ 2x + 3y - z + 1 = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 3 = 0$. Se pide:

a) (0.75 puntos) Calcular el ángulo que forman r y π.

b) (1 punto) Hallar el simétrico del punto de intersección de la recta r y el plano π con respecto al plano $z - y = 0$.

c) (0.75 puntos) Determinar la proyección ortogonal de la recta r sobre el plano π.

A.4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

El tiempo de vida de los individuos de cierta especie animal tiene una distribución normal con una media de 8.8 meses y una desviación típica de 3 meses.

a) (1 punto) ¿Qué porcentaje de individuos de esta especie supera los 10 meses? ¿Qué porcentaje de individuos ha vivido entre 7 y 10 meses?

b) (1 punto) Si se toman al azar 4 especímenes, ¿cuál es la probabilidad de que al menos uno no supere los 10 meses de vida?

c) (0.5 puntos) ¿Qué valor de c es tal que el intervalo $(8.8 - c, 8.8 + c)$ incluye el tiempo de vida (medido en meses) del 98 % de los individuos de esta especie?

B.1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Se considera el siguiente sistema de ecuaciones dependientes del parámetro real a:

$$\left.\begin{array}{r} ax-2y+(a-1)z=4 \\ -2x+3y-6z=2 \\ -ax+y-6z=6 \end{array}\right\}$$

a) (2 puntos) Discuta el sistema según los diferentes valores de a.

b) (0.5 puntos) Resuelva el sistema para $a=1$.

B.2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Se considera la función

$$f(x)=\begin{cases} \operatorname{sen} x & \text{si } x<0 \\ x\,e^{x} & \text{si } x\geq 0 \end{cases}$$

a) (0.75 puntos) Estudie la continuidad y la derivabilidad de f en $x=0$.

b) (1 punto) Estudie los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f restringida a $(-\pi,2)$. Demuestre que existe un punto $x_0\in[0,1]$ de manera que $f(x_0)=2$.

c) (0.75 puntos) Calcule $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{1} f(x)dx$.

B.3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Sean los planos $\pi_1\equiv x+y=1$ y $\pi_2\equiv x+z=1$.

a) (1.5 puntos) Halle los planos paralelos al plano π_1 tales que su distancia al origen de coordenadas sea 2.

b) (0.5 puntos) Halle la recta que pasa por el punto $(0,2,0)$ y es perpendicular al plano π_2.

c) (0.5 puntos) Halle la distancia entre los puntos de intersección del plano π_1 con los ejes x e y.

B.4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Una estación de medición de calidad del aire mide niveles de $\mathrm{NO_2}$ y de partículas en suspensión. La probabilidad de que en un día se mida un nivel de $\mathrm{NO_2}$ superior al permitido es 0.16. En los días en los que se supera el nivel permitido de $\mathrm{NO_2}$, la probabilidad de que se supere el nivel permitido de partículas es 0.33. En los días en los que no se supera el nivel de $\mathrm{NO_2}$, la probabilidad de que se supere el nivel de partículas es 0.08.

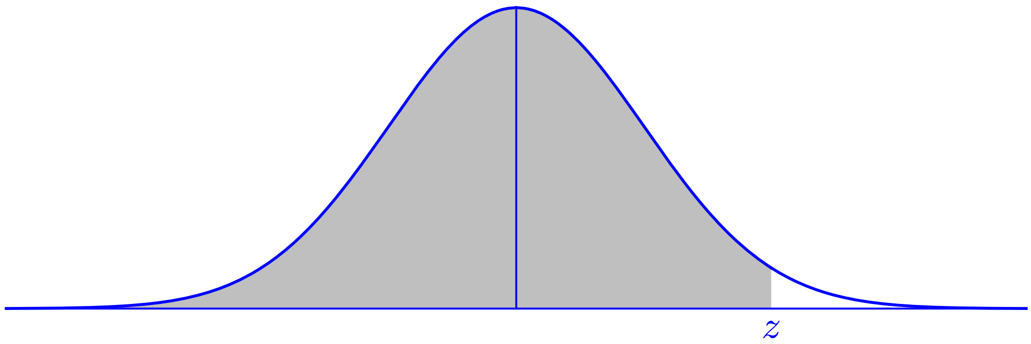
a) (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día se superen los dos niveles permitidos?

b) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que se supere al menos uno de los dos?

c) (0.5 puntos) ¿Son independientes los sucesos “en un día se supera el nivel permitido de $\mathrm{NO_2}$” y “en un día se supera el nivel permitido de partículas”?

d) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día se supere el nivel permitido de $\mathrm{NO_2}$, sabiendo que no se ha superado el nivel permitido de partículas?

Distribución Normal



Ejemplo: si Z tiene distribución $\mathrm{N}(0,1)$, $P(Z < 0{,}45) = 0{,}6736$.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y ESTÁNDARES EVALUADOS EN CADA PREGUNTA

En cada pregunta, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en el documento soluciones, cualquier argumento válido que conduzca a la solución será valorado con la puntuación asignada.
Los estándares de aprendizaje del bloque 1 se evaluarán transversalmente en todos los ejercicios, penalizando en la calificación de cada respuesta la falta de justificación razonada o de precisión y valorando las estrategias, razonamientos y toma adecuada de decisiones.

A.1.

Por cada ecuación bien planteada: 0.5 puntos. Por la solución del sistema: 1 punto. Si se resuelve correctamente un sistema incorrecto: hasta 0.5 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Formula algebraicamente las restricciones indicadas en una situación de la vida real, estudia y clasifica el sistema de ecuaciones lineales planteado, lo resuelve en los casos que sea posible, y lo aplica para resolver problemas.

A.2.

Por hallar los puntos de corte: 0.75 puntos. Por plantear la integral correcta: 0.5 puntos. Por calcular la primitiva: 0.5 puntos. Por aplicar la Regla de Barrow: 0.5 puntos. Por el resultado correcto: 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Aplica los métodos básicos para el cálculo de primitivas de funciones. Calcula el área de recintos limitados por rectas y curvas sencillas o por dos curvas.

A.3.

a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
c) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Expresa la ecuación de la recta de sus distintas formas, pasando de una a otra correctamente, identificando en cada caso sus elementos característicos, y resolviendo los problemas afines entre rectas. Obtiene las ecuaciones de rectas y planos en diferentes situaciones. Determina ángulos, distancias, áreas y volúmenes utilizando los productos escalar, vectorial y mixto, aplicándolos en cada caso a la resolución de problemas geométricos.

A.4.

a) Planteamiento modelo: 0.5 puntos. Por cada porcentaje pedido: 0.25 puntos.
b) Reconocer la binomial: 0.25 puntos. Parámetros correctos: 0.25 puntos. Expresión de la probabilidad: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
c) Planteamiento: 0.25 puntos. Cálculo correcto: 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Calcula probabilidades de sucesos asociados a fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución normal a partir de la tabla de la distribución o mediante calculadora. Calcula probabilidades asociadas a una distribución binomial a partir de su función de probabilidad, de la tabla de la distribución o mediante calculadora.

B.1.

a) Cálculo correcto de los valores a estudiar: 0.5 puntos. Estudio correcto de cada uno de los tres casos: 0.5 puntos.
b) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Resuelve problemas susceptibles de ser representados matricialmente e interpreta los resultados obtenidos. Determina el rango de una matriz, hasta orden 4, aplicando el método de Gauss o determinantes.

B.2.

a) Continuidad en $x = 0$: 0.25 puntos. Derivabilidad en $x = 0$: 0.5 puntos.
b) Determinación de los intervalos de crecimiento y decrecimiento: 0.5 puntos. Demostración de la existencia del punto x_0: 0.5 puntos.
c) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Conoce las propiedades de las funciones continuas. Aplica los conceptos de límite y de derivada, así como los teoremas relacionados, a la resolución de problemas. Aplica la regla de L'Hôpital para resolver indeterminaciones en el cálculo de límites. Aplica los métodos básicos para el cálculo de primitivas de funciones.

B.3.

a) Planteamiento: 0.75 puntos. Resolución: 0.75 puntos. Si halla solo una solución se penaliza con 0.25 puntos.
b) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
c) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Determina ángulos, distancias, áreas y volúmenes utilizando los productos escalar, vectorial y mixto, aplicándolos en cada caso a la resolución de problemas geométricos. Obtiene las ecuaciones de rectas y planos en diferentes situaciones.

B.4.

a) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
c) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
d) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace y las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.

Nombre y apellidos .... Grupo ....

A1 $x+y+z=540$

$p_A\cdot x+p_B\cdot y+p_C\cdot z=1560$; $p_A=3\cdot p_B$; $p_A=\frac{p_C}{2}$

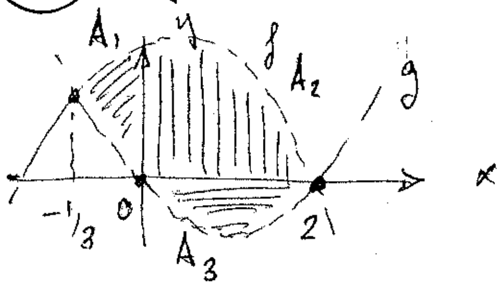
$y=2z$

$p_B=1€ \rightarrow p_A=3€ \rightarrow p_C=6€$

$$\left.\begin{aligned} x+y+z&=540 \quad (1)\\ y-2\cdot z&=0 \quad (2)\\ 3x+y+6z&=1560 \quad (3)\end{aligned}\right\} \begin{aligned} x&=360 \text{ accs}\\ y&=120 \text{ accs}\\ z&=60 \text{ accs}\end{aligned}$$

Equitativo entre 3 hermanos: $\left\{\begin{array}{l} 120 \text{ accs } A\\ 40 \text{ accs } B\\ 20 \text{ acci. } C\end{array}\right\}$ por cada hermano.

A2 $f(x)=2+x-x^2 \quad g(x)=2x^2-4x$



$A_{TOT}=A_1+A_2+|A_3|$

$A_1=\int_{-1/3}^{0}(f(x)-g(x))\,dx$

$A_2=\int_0^2 f(x)\,dx$

$A_3=\left|\int_0^2 g(x)\,dx\right|$

$A_{TOTAL}=A_1+A_2+|A_3|=\frac{343}{54}\,u^2$

o bien $A_{TOT}=\left|\int_{-1/3}^{2}(f(x)-g(x))\,dx\right|=\frac{343}{54}\,u^2$

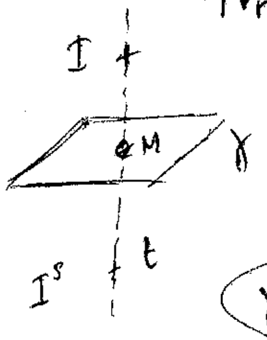
A3

$$r \begin{cases} -x-y+z=0 \\ 2x+3y-z+1=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1+2\lambda \\ y = -1-\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

$$r \begin{cases} \bar{v}_r\,(2,-1,1) \\ P_r(1,-1,0) \end{cases} \qquad \pi: 2x+y-z+3=0 \qquad \bar{n}_\pi\,(2,+1,-1)$$

a) $\cos\alpha = \dfrac{|\bar{v}_r|\cdot|\bar{n}_\pi|}{|\bar{v}_r|\cdot|\bar{n}_\pi|} \rightarrow \alpha = 70'53^\circ$ $\quad \beta = 90-\alpha = 19'47^\circ$

b)



$I: r \cap \pi : \quad 2\cdot(1+2\lambda)+(-1-\lambda)-\lambda+3=0$

$\lambda = -2 \qquad I(-3,1,-2)$

$\gamma: -y+z=0$ $\qquad t \begin{cases} \bar{v}_t = \vec{n}_\gamma\ (0,-1,1) \\ P_t \equiv I(-3,1,-2) \end{cases}$

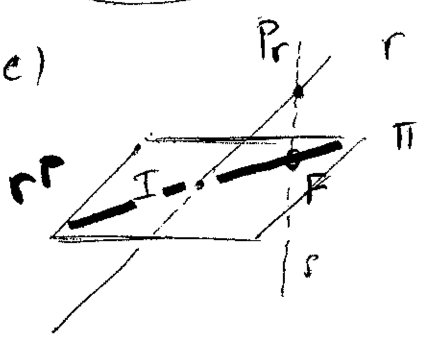
$$t \begin{cases} x=-3 \\ y = 1-\lambda \\ z = -2+\lambda \end{cases} \qquad M: t\cap\gamma: -(1-\lambda)+(-2+\lambda)=0$$

$\lambda = 3/2 \qquad M(-3,-1/2,-1/2)$

$I^s(a,b,c) \qquad \dfrac{-3+a}{2}=-3 \qquad \dfrac{1+b}{2}=-\dfrac{1}{2} \qquad \dfrac{-2+c}{2}=-\dfrac{1}{2}$

$I^s(-3,-2,1) \qquad a=-3 \qquad b=-2 \qquad c=1$

c)



$\pi: 2x+y-z+3=0$

$I(-3,1,-2)$

$$s \begin{cases} \bar{v}_s = \bar{n}_\pi\ (2,1,-1) \\ P_r \equiv P_s\ (1,-1,0) \end{cases} \quad \begin{matrix} x = 1+2\lambda \\ y=-1+\lambda \\ z = 0-\lambda \end{matrix}$$

$F: s\cap\pi \quad 2\cdot(1+2\lambda)+(-1+\lambda)-(-\lambda)+3=0 \quad \lambda=-2/3$

$F(-1/3,-5/3,2/3)$

$$r' \begin{cases} I(-3,1,-2) \\ \vec{V}_{r'} \equiv \vec{IF}\ (8/3,-8/3,8/3) \simeq (1,-1,1) \end{cases}$$

$$r' \equiv \begin{cases} x=-3+\lambda \\ y = 1-\lambda \\ z=-2+\lambda \end{cases}$$

DÍAZ BALAGUER CENTRO DE ESTUDIOS

Nombre y apellidos .... Grupo ....

A4 $N(8'8, 3)$ $\mu = 8'8$ $\sigma = 3$

34'46 %

a) $p(X>10) = 1 - p(X<10) = 1 - p\left(Z < \frac{10-8'8}{3}\right) = 0'3446$

$p(7<X<10) = p(X<10) - p(X<7) =$

$p(Z<0'4) - p(Z<-0'6) = 0'6554 - (1 - p(Z<0'6)) =$

$0'6554 - (1 - 0'7257) = 0'3811$ 38'11 %

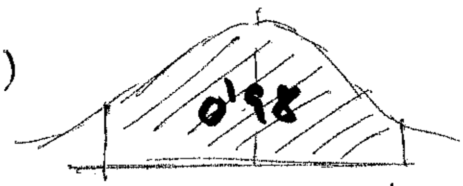
b) p(al menos 1 no supere los 10 meses) = 1 - p(todos superen 10 meses)

p(superar 10 meses) = $p(X>10) = 0'3446$

p(todos superen 10 meses) = $0'3446^4$ al ser 4 especímenes.

p(al menos 1 no supere 10 meses) = $1 - 0'3446^4 = 0'98589$

c)



$\frac{(8'8-c)-\mu}{\sigma}$ $\frac{8'8+c-\mu}{\sigma}$

$p\left(\frac{8'8-c-8'8}{3} \le Z \le \frac{8'8+c-8'8}{3}\right) = 0'98$

$p\left(-\frac{c}{3} \le Z \le \frac{c}{3}\right) =$

$p\left(Z \le \frac{c}{3}\right) - \left[1 - p\left(Z \le \frac{c}{3}\right)\right] = 0'98$

$p\left(Z \le \frac{c}{3}\right) = 0'99 \Rightarrow \frac{c}{3} = 2'33$ (aprox.)

$c \simeq 6'99$

Nombre y apellidos .... Grupo ....

B1 $A^* = \left(A \;\middle|\; \begin{matrix} 4 \\ 2 \\ 6 \end{matrix} \right)$ $A = \begin{pmatrix} a & -2 & a-1 \\ -2 & 3 & -6 \\ -a & 1 & -6 \end{pmatrix}$

$|A| = 3a^2 - 29a + 26$ $|A| = 0 \left\langle \begin{matrix} a = 1 \\ a = 26/3 \end{matrix} \right.$

a) Si $a \neq 1$, $a \neq 26/3$

$|A| \neq 0$ $rg A = rg A^* = 3 =$ nº incogn. SCD.

Si $a = 1$: $|A| = 0$ $rg A \leq 2$ $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} \neq 0$ $rg A = 2$

$A^* = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 4 \\ -2 & 3 & -6 & 2 \\ -1 & 1 & -6 & 6 \end{pmatrix}$ $|A_1| = \begin{vmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & -6 \\ 6 & 1 & -6 \end{vmatrix} = 0$ $|A_2| = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -2 & 2 & -6 \\ -1 & 6 & -6 \end{vmatrix} = 0$

$|A_3| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -2 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 6 \end{vmatrix} = 0$ $rg A^* = 2$ S.C.I.

Si $a = 26/3$ $|A| = 0$ $rg A \leq 2$ $\begin{vmatrix} 26/3 & -2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} \neq 0$ $rg A = 2$

$A^* = \left(\begin{matrix} 26/3 & -2 & 23/3 \\ -2 & 3 & -6 \\ -26/3 & 1 & -6 \end{matrix} \;\middle|\; \begin{matrix} 4 \\ 2 \\ 6 \end{matrix} \right)$ $|A_1| = \begin{vmatrix} 4 & -2 & 23/3 \\ 2 & 3 & -6 \\ 6 & 1 & -6 \end{vmatrix} \neq 0$

$rg A^* = 3$ SI

b) $a = 1$ S.C.I $\begin{cases} x - 2y = 4 & (1) \\ -2x + 3y - 6z = 2 & (2) \\ -x + y - 6z = 6 & (3) \end{cases}$

$z = \lambda$

$(1) + (3) \Rightarrow y = -10 - 6\lambda$

$(1) \Rightarrow x = -16 - 12\lambda$

DÍAZ BALAGUER
CENTRO DE ESTUDIOS

Nombre y apellidos .... Recuperación .... CALIFICACIÓN

Grupo .... Asignatura .... Fecha ...../...../.....

B2

a) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = 0 = \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = f(0)$

$\underline{\underline{\operatorname{sen} 0}} \qquad \underline{\underline{0 \cdot e^0}} \qquad \underline{\underline{0 \cdot e^0}}$

Continua en $x=0$

$$f'(x) = \begin{cases} \cos x & x<0 \\ e^x + x\cdot e^x & x \geq 0 \end{cases}$$

$f'(0^-) = 1 = f'(0^+) = f'(0)$

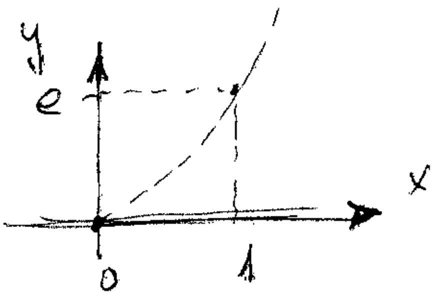
Derivable en $x=0$

b) $f'(x)$ $\forall x \geq 0$ siempre crece pues $f'(x) = e^x + x\cdot e^x$

$f'(x) = \cos x$ para $-\pi \leq x \leq 0$ $\quad \begin{cases} -\pi \leq x \leq -\pi/2 & f'<0 \\ x > -\frac{\pi}{2} & f'>0 \end{cases}$

Por tanto:

$$f(x) \begin{cases} \text{CRECIMIENTO} & (-\pi/2, 2) \\ \text{DECRECIMIENTO} & (-\pi, -\pi/2) \end{cases}$$



Dado que $f(0)=0$ y $f(1)=e$, siendo $f(x)$ continua y creciente en $[0,1]$ $\Rightarrow$ $\exists$ almenos un punto x_0 tal que $f(x_0)=2$ //

c) $\displaystyle\int_{-\pi/2}^{1} f(x)\,dx = \underbrace{\int_{-\pi/2}^{0} \operatorname{sen} x\,dx}_{\text{inmediata}} + \underbrace{\int_{0}^{1} x\cdot e^x\,dx}_{\substack{u=x \\ e^x dx = dv}} = 0$

partes

B3

a) $\pi_3 \equiv Ax + By + Cz + D = 0 \quad // \ \pi_1$

$\bar{n}_{\pi_3}(A, B, C) = \bar{n}_{\pi_1}(1, 1, 0)$

$d(0, \pi_3) = 2 = \dfrac{|1\cdot 0 + 1\cdot 0 + 0\cdot 0 + D|}{\sqrt{1^2+1^2+0^2}} \rightarrow |D| = 2\sqrt{2}$

$D = \pm 2\sqrt{2}$

$\pi_3 \equiv x + y + 2\sqrt{2} = 0$

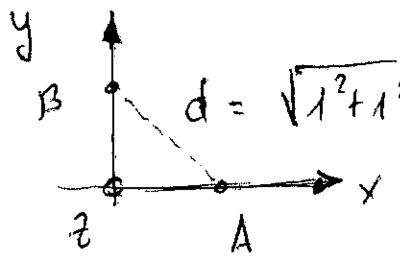
$x + y - 2\sqrt{2} = 0$

b) $t \perp \pi_2 \rightarrow \bar{v}_t = \bar{n}_{\pi_2}(1, 0, 1) \quad P(0, 2, 0) \in t$

$$t \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = 2 \\ z = \lambda \end{cases}$$

c) Corte π_1 eje $\overline{OX}$: $y = 0,\ z = 0 \Rightarrow x = 1 \quad A(1, 0, 0)$

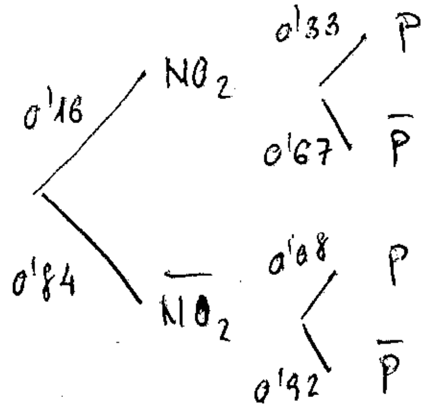
Corte π_2 eje $\overline{OY}$: $x = 0,\ z = 0 \Rightarrow y = 1 \quad B(0, 1, 0)$



$d = \sqrt{1^2+1^2} = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2}\ u$

B4 (NO_2) supera nivel de NO_2

(P) " " " partículas



$p(NO_2) = 0'16$

$p(P/NO_2) = 0'33$

$p(P/\overline{NO_2}) = 0'08$

a) $p(NO_2 \cap P) \Rightarrow \underset{0'33}{p(P/NO_2)} = \dfrac{p(P \cap NO_2)}{\underset{0'16}{p(NO_2)}} = p(NO_2 \cap P)$

$p(NO_2 \cap P) = 0'33 \cdot 0'16 = 0'0528$

b) $p(P) = p(NO_2) \cdot p(P/NO_2) + p(\overline{NO_2}) \cdot p(P/\overline{NO_2}) =$

$0'16 \cdot 0'33 + 0'84 \cdot 0'08 = 0'12$

$p(NO_2 \cup P) = p(NO_2) + p(P) - p(NO_2 \cap P) =$

$0'16 + 0'12 - 0'0528 = 0'2272$

c) $\left.\begin{array}{l} p(NO_2) \cdot p(P) = 0'0192 \\ p(NO_2 \cap P) = 0'0528 \end{array}\right\}$ NO INDEPENDIENTES

d) $p(NO_2/\bar{P}) = \dfrac{p(\bar{P}/NO_2) \cdot p(NO_2)}{p(\bar{P})} \left(= \dfrac{p(NO_2 \cap \bar{P})}{p(\bar{P})} \right)$

$p(NO_2/\bar{P}) = \dfrac{0'67 \cdot 0'16}{1 - 0'12} = 0'12$